

## Examen Parcial de Introducción a los Algoritmos - 11 de Junio de 2018

nota	Puntajes				
	1	2	3	4	5

**Cantidad de hojas entregadas:**

**Poner apellido y nombre y numerar cada hoja.**

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin necesidad de demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

a) [15 pto(s)]  $q \Rightarrow p \equiv p \Rightarrow q \equiv \neg p \equiv \neg q$ .

b) [15 pto(s)]  $p \wedge \neg q \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ .

2. Formalizar en el lenguaje de la lógica de predicados, las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural:

a) [10 pto(s)] “Ningún círculo en  $xs$  es rojo”.

**Ejemplos:** Las listas  $[(Rombo, Rojo, 3)]$  y  $[(Circulo, Azul, 3)]$  satisfacen la propiedad. La lista  $[(Circulo, Rojo, 2)]$  no la satisface.

b) [10 pto(s)] “Hay exactamente dos cuadrados en  $xs$  y uno es rojo y el otro azul”.

**Ejemplos:** Las listas  $[(Cuadrado, Rojo, 3), (Cuadrado, Azul, 2)]$  y  $[(Cuadrado, Rojo, 2), (Cuadrado, Azul, 3), (Rombo, Azul, 1)]$  satisfacen la propiedad. Las listas  $[(Rombo, Azul, 1)]$  y  $[(Cuadrado, Rojo, 1), (Cuadrado, Rojo, 2)]$  no la satisfacen.

3. [10 pto(s)] Dar una lista  $xsPos :: [Figura]$  que satisfaga la siguiente especificación escrita usando la Lógica de Predicados, y otra lista  $xsNeg :: [Figura]$  que no la satisfaga. Prestar especial atención a las variables utilizadas en la especificación.

$$\langle \exists y : y \in_{\ell} xs : triangulo.y \wedge rojo.y \rangle \wedge$$

$$\langle \forall x : x \in_{\ell} xs \wedge triangulo.x : \langle \exists y : y \in_{\ell} xs : circulo.y \wedge \neg rojo.y \rangle \rangle.$$

4. [20 pto(s)] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin necesidad de demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \exists x : : P.x \Rightarrow Q.x \rangle \equiv \langle \exists x : : \neg P.x \rangle \vee \langle \exists x : : Q.x \rangle.$$

5. [20 pto(s)] Dada la definición de la función  $noHayCR$ :

$$noHayCR :: [Figura] \rightarrow Bool$$

$$noHayCR.[] \doteq True$$

$$noHayCR.(x \triangleright xs) \doteq \neg(circulo.x \wedge rojo.x) \wedge noHayCR.xs$$

demostrar por inducción que siguiente fórmula es válida

$$noHayCR.xs \equiv \neg \langle \exists y : y \in_{\ell} xs : circulo.y \wedge rojo.y \rangle.$$